

基于非线性最小二乘迭代的分数阶 PD^μ控制器整定

史乐珍, 王 华

(南京工业大学, 江苏 南京 211816)

摘 要: 针对进化算法在搜索 PID 控制器参数时的随机性, 提出一种基于非线性最小二乘迭代的参数整定方法. 在辨识直流电机伺服系统传递函数的基础上, 进行分数阶 PD^μ控制器参数整定. 类似于迭代反馈整定方法, 该方法首先设定伺服系统期望的输出响应, 以最小化误差平方和为目标来整定控制器的 3 个参数. 非线性最小二乘法与进化算法整定的控制器对比结果表明, 所提的控制器迭代整定方法能够使得系统响应逼近所设定的期望响应, 而且快速地确定出唯一的控制器参数.

关键词: 非线性最小二乘; 分数阶 PD^μ; 位置伺服; 迭代反馈整定

中图分类号: TM33

文献标识码: A

文章编号: 1000-7180(2018)04-0103-05

Fractional Order PD^μ Controller Tuning Based on Nonlinear Least Squares Iteration

SHI Le-zhen, WANG Hua

(Nanjing Tech University, Nanjing 211816, China)

Abstract: Aiming at the randomness of the evolutionary algorithm in searching PID controller parameters, a parameter tuning method based on nonlinear least squares iteration is proposed. The parameter tuning of fractional order PD^μ controller is realized by identifying the transfer function of DC motor servo system. Similar to the iterative feedback tuning method, the desired response of the servo system is set firstly, and the three controller parameters are determined by minimizing the sum of squared errors. The compared results of the controllers tuned by nonlinear least squares method and evolutionary algorithm show that the proposed iterative controller tuning method can make the system response approximate the desired response, and also determine the unique controller parameters rapidly.

Key words: nonlinear least squares(NLS); fractional order PD^μ; position servo; iterative feedback tuning(IFT)

1 引言

PID 控制器由于结构简单而被广泛应用于工业控制中. 传统 PID 控制器的整数阶微积分定义限制了控制灵活性, 因此便产生了分数阶的 PID 控制器. 研究人员常采用进化算法整定 PID 控制器的参数, 例如在文献[1]中采用自适应差分进化算法整定出分数阶 PID 参数. 文献[2]中提出一种适应度自调整的量子遗传算法, 并用于分数阶 PID 控制器的整定. 文献[3]中采用粒子群算法整定分数阶 PID 参数, 并应用于 BLDCM 的速度控制. 这些智能优化

算法虽然能够通过适应度展示参数优化过程, 但一般需要多次试验才能整定出合理的控制器参数. 文献[4]中提出一种基于矢量表达式的整定方法, 文献[5]中通过设定频域的三个指标来获取确定的控制器参数. 而这两种整定方法又无法表现出控制器参数的优化过程.

作为一种以误差的平方和最小为准则来估计非线性静态模型参数的方法, 非线性最小二乘法(NLS)常用于辨识模型的参数. 例如在文献[6-7]中, 利用 NLS 对模型的参数进行估计. 在文献[8]中, 推导出可分离的 NLS, 并以 MISO 系统的辨识

进行了验证. 文献[9]中使用 NLS 估计离散系统的参数,并且保证了估计的强相合性与系统的全局稳定性.

参考文献[5,10],位置伺服系统一般采用 PD 控制,这种 PID 的特殊形式可以简化控制器. 通过对分数阶微分环节进行 Oustaloup 滤波器近似,同时将 NLS 应用于分数阶 PD^μ控制器的参数的迭代整定,即通过 NLS 辨识出控制器模型的参数. 搭建电机控制半实物仿真系统,对经过阶跃响应法辨识的传递函数模型进行仿真分析,最后验证了非线性最小二乘迭代相比于进化算法整定的分数阶 PD^μ控制器具有更好的控制性能.

2 分数阶 PID

传统的微积分是分数阶的特殊形式,非整数的阶次使得分数阶微积分可以更准确地描述对象. 连续的微积分算子常用表示形式为

$${}_aD_t^\alpha = \begin{cases} d^\alpha/dt^\alpha R(\alpha) > 0 \\ 1R(\alpha) = 0 \\ \int_a^t (d\tau) - \alpha R(\alpha) < 0 \end{cases} \tag{1}$$

分数阶微积分具有 3 种定义形式,分别为 Grunwald-Letnikov 定义、Riemann-Liouville 定义和 Caputo 定义. 其中 GL 定义的应用较为广泛,其数学表达式为

$${}_aD_t^\alpha f(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^\alpha} \sum_{j=0}^{[(t-a)/h]} (-1)^j \begin{bmatrix} \alpha \\ j \end{bmatrix} f(t-jh) \tag{2}$$

式中, h 为仿真步长, h 较小时即可求出分数阶微分方程的近似数值解; α 取值范围为 $(-1,1)$.

分数阶微分方程不可以在工程中直接应用,因此需要将分数阶算子近似为整数阶. 本文采用间接近似化把分数阶模型转化成整数阶模型,并针对传统 Oustaloup 滤波在近似频率两端拟合效果不佳的问题,引入了两个系数来提高近似频段两端的拟合精度. 改进的 Oustaloup 近似法为

$$G(s) = \frac{K(ds^2 + b\omega_n s)}{d(1-\alpha)s^2 + b\omega_n s + d\alpha} \prod_{k=-N}^N \frac{1+s/\omega'_k}{1+s/\omega_k} \tag{3}$$

式中, $K = (\omega_n \omega_n)^\alpha$; b, d 为调整系数. 在本文中滤波器阶次设定为 4,频段设定为 $(0.001, 1\ 000)$.

为了提高控制精度与可控范围,在整数阶 PID 控制器的基础上,将微积分阶次取为非整数得到分

数阶的 PID,包括一个积分阶次 λ 和一个微分阶次 μ ,两个变量可以是任意实数. 其传递函数为

$$G_c(s) = K_p + K_i s^{-\lambda} + K_d s^\mu \tag{4}$$

PD 控制是 PID 控制的特殊形式. 当 $\lambda = 0, \mu = 1$ 时,为整数阶 PD 控制;当 $\lambda = 0, \mu \neq 1$ 时,为分数阶 PD^μ 控制.

3 非线性最小二乘迭代

对于 m 个数据点拟合 n 个参数,其中 m 为采样的数据点数, n 为控制器变量个数. 考虑 m 个数据点的集合及采样的每个时刻及其对应的系统输出 $(t_1, y_1), (t_2, y_2), \dots, (t_m, y_m)$. 控制器模型为 $f(x, \beta)$,其中参数向量 $\beta = (b_{11}, b_{12}, \dots, b_{mn})$. 控制器参数整定的目标就是迭代出参数向量,使得在控制器的作用下的系统响应能够逼近所设定的响应,即系统输出与期望输出的误差平方和达到最小. 求解非线性最小二乘问题:

$$F(\hat{\beta}) = \min_{\beta} \{F(\beta)\} = \min \left\{ \sum_{i=1}^m r_i^2 \right\} \tag{5}$$

其中残差 $r_i = y_i - f(x_i, \beta) = \Delta y$.

文中分数阶 PD^μ控制器的变量个数为 3,因此有梯度方程:

$$\frac{\partial F}{\partial \beta_j} = 2 \sum_i r_i \frac{\partial r_i}{\partial \beta_j} = 0 \quad (j = 1, 2, 3) \tag{6}$$

当梯度为 0 时,目标函数 F 为最小值. 在给定初始控制器参数时这些梯度方程才有闭合解.

控制器参数的迭代更新公式为

$$\beta_j \approx \beta_j^{k+1} = \beta_j^k + \Delta \beta_j. \tag{7}$$

非线性最小二乘求解时的法方程的矩阵形式为

$$(J^T J) \Delta \beta = J^T \Delta y \tag{8}$$

式中, J 为负梯度; $J_{ij} = -\frac{\partial r_i}{\partial \beta_j}$.

图 1 为控制器参数迭代原理,类似于迭代反馈整定方法^[11]. 但与传统迭代整定方法不同,优化指标中的误差是系统闭环输出与期望输出之间的偏差 ϵ ,而不是系统输入与系统输出之间的偏差 e . 这样设计指标是为了使系统响应逼近期望的输出响应 y . 由于参数的迭代过程是基于采样的,本文提出一种衡量系统输出 $\hat{y}$ 与期望输出 y 之间近似程度的标准,即相关系数. 其中 C 表示两者的协方差, σ 表示标准差.

相关系数计算公式:

$$\rho(\hat{y}, y) = \frac{C_{\hat{y}y}}{\sigma_{\hat{y}} \sigma_y} \tag{9}$$

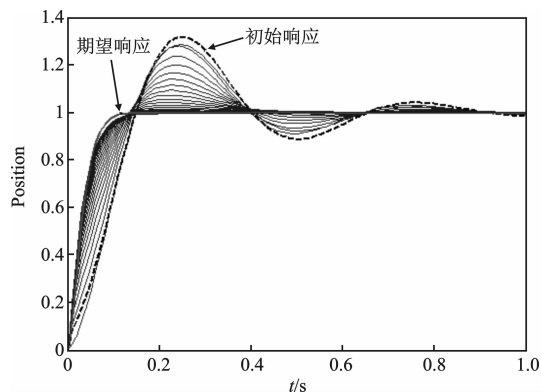


图 4 位置阶跃响应 ($T_{\text{set}} = 0.1 \text{ s}$)

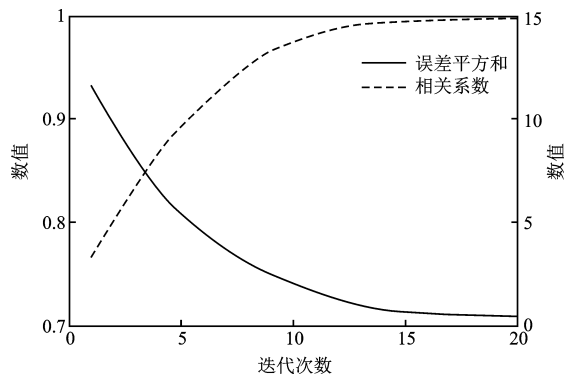
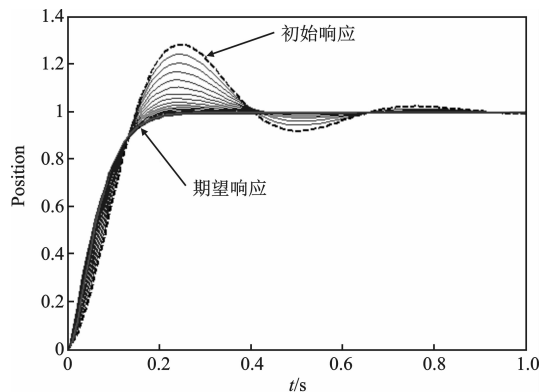
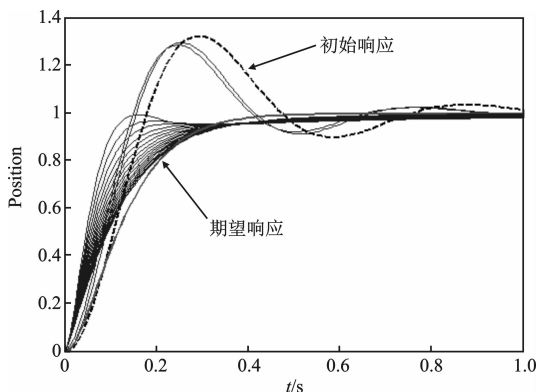


图 5 控制器迭代优化性能指标

仿真周期内选择稳定时间 T_{set} 为 0.2 s 与 0.4 s 进行迭代,如图 6(a) 和(b) 所示. 设置的初始控制器参数与 $T_{\text{set}} = 0.1 \text{ s}$ 时相同,从图中的迭代过程可以看出,在 20 次迭代后系统曲线都能较好地逼近期望响应曲线. 根据性能指标计算公式,如表 1 所示,对于 $T_{\text{set}} = 0.2 \text{ s}$,系统响应的相关系数提高 9.62% ,误差平方和降低 89% . 对于 $T_{\text{set}} = 0.4 \text{ s}$,系统响应的相关系数提高 17.31% ,误差平方和降低 79.39% . 积分性能指标从时间尺度衡量系统响应的性能,表 1 中迭代后的 ITAE 与 ISE 的值相比于迭代前也都有不同程度的优化.



(a)位置阶跃响应 ($T_{\text{set}}=0.2 \text{ s}$)



(b)位置阶跃响应 ($T_{\text{set}}=0.4 \text{ s}$)

图 6 位置阶跃响应

为了突出 NLS 迭代相比于进化算法优化的特点,分别采用 GA、PSO、DE 算法及本文提出的 NLS 迭代对分数阶 PD^μ 控制器的参数进行整定. 表 2 列出了不同算法整定的控制器参数及性能指标,优化后的响应曲线如图 7 所示. 从表 2 和图 7 不难发现,进化算法优化的曲线难以控制系统的超调量,而且无法优化得到期望的系统稳定时间. 而经过 NLS 优化的曲线,基本都能接近所设定的期望曲线.

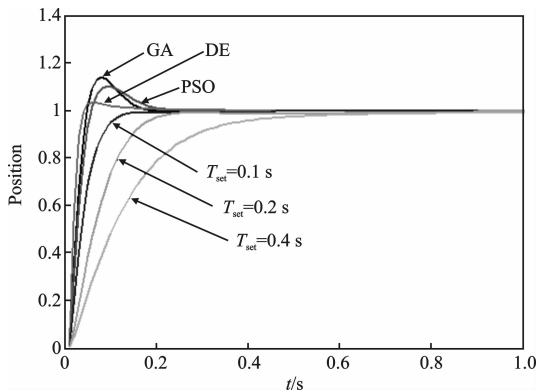


图 7 NLS 整定分数阶 PD^μ 参数与进化算法整定结果对比

图 7 给出了不同算法优化的阶跃响应曲线,其中基于进化算法整定得到的阶跃响应具有一定的超调量,且优化后系统的稳定时间不确定. 由于非线性最小二乘迭代设定了期望的响应,因此就能够得到接近于期望响应的位置输出,而且稳定时间相当于确定了位置控制的响应速度.

4.3 正弦位置控制

选取期望的正弦位置时,设定期望响应为幅值等于 1 的正弦函数. 仿真时长为 10 s ,采样间隔为 0.01 s . 选定初始的控制器参数为 $[K_p, K_d, \mu] = [0.01, 0.01, 1]$. 控制器参数 10 次迭代过程如图 8 (a)所示. 优化后得到的分数阶控制器为 $G(s) = 0.6693 + 2.3057s^{1.2269}$.

表 1 NLS 迭代前后性能指标对比

	$T_{\text{set}}=0.1\text{ s}$		$T_{\text{set}}=0.2\text{ s}$		$T_{\text{set}}=0.4\text{ s}$	
	迭代前	迭代后	迭代前	迭代后	迭代前	迭代后
ITAE	0.025 3	0.002 0	0.020 6	0.006 5	0.025 3	0.017 9
ISE	0.070 0	0.018 4	0.069 9	0.038 0	0.069 9	0.067 3
相关系数	0.788 4	0.997 5	0.911 3	0.999 0	0.823 9	0.996 4
误差平方和	10.781 4	0.451 6	8.049 8	0.885 6	11.355 9	2.341 0

表 2 不同算法整定的分数阶 PD^α控制器参数

算法	GA	PSO	DE	NLS		
				$T_{\text{set}}=0.1\text{ s}$	$T_{\text{set}}=0.2\text{ s}$	$T_{\text{set}}=0.4\text{ s}$
K_p	6.725 8	4.467 3	6.231 5	1.273 1	0.627 8	0.345 2
K_d	0.228 7	0.224 3	0.527 6	0.192 6	0.107 4	0.051 2
μ	1.015 7	0.988 7	0.906 4	0.943 9	0.865 3	0.906 4
稳定时间/s	0.15	0.18	0.09	0.10	0.20	0.40
超调量/%	14	10	3	0	0	0

根据性能指标计算公式,如图 8(b)所示. 优化后两曲线之间的相关系数提高了 34.93%,误差平方和减小了 98.21%.

望响应后进行控制器参数的迭代整定,本文提出的这种方法简单方便,不需要多次对控制器参数进行离线拟合. 给定期望的阶跃或者正弦响应后,只要设定合理的迭代参数,都能够使得系统响应不断逼近期望响应,并且快速整定出唯一的控制器参数.

5 结束语

针对进化算法整定 PD^α控制器参数结果的不确定性,提出将非线性最小二乘迭代应用于分数阶控制器参数的整定,即将控制器看作是数学模型,而对控制器参数的整定就是对模型的参数进行辨识. 非线性最小二乘法与其他智能算法优化控制器参数的对比结果表明,非线性最小二乘迭代方法能够使得系统响应不断逼近期望的系统输出,而且在选定初始参数和迭代次数的基础上,非线性最小二乘迭代能够确定唯一的控制器.

参考文献:

[1] 黄丽莲,周晓亮,项建弘. 分数阶 PID 控制器参数的自适应设计[J]. 系统工程与电子技术, 2013, 35(5): 1064-1069.

[2] 杨勇,李荣,张君. 基于自适应量子遗传算法的分数阶控制器参数整定[J]. 华北电力大学学报(自然科学版), 2014, 41(2):72-77.

[3] 金鹏,李晶. 基于改进粒子群算法的 BLDCM 分数阶速度控制器的研究[J]. 微特电机, 2016, 44(7):59-62.

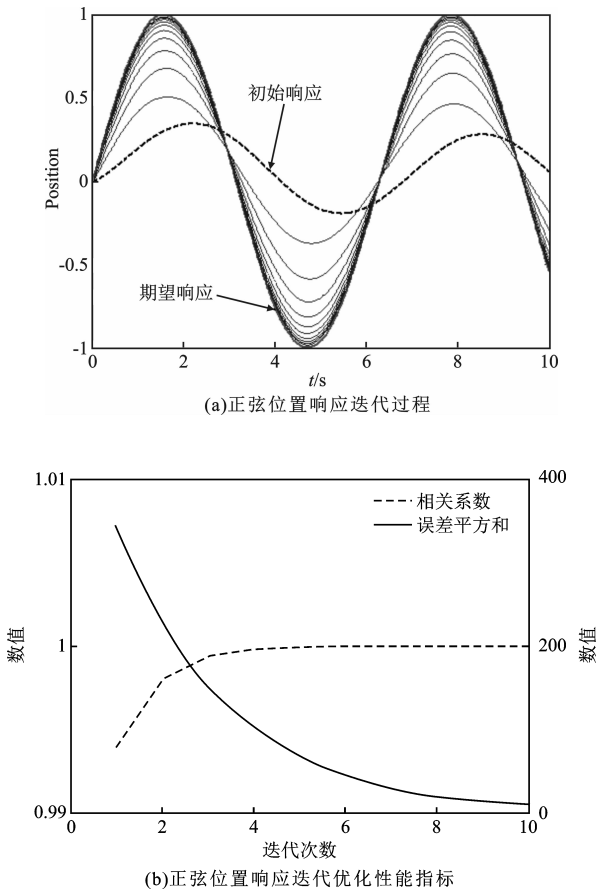


图 8 正弦位置响应迭代过程及优化性能指标

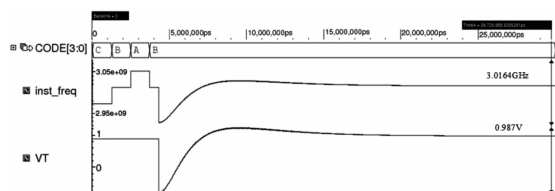


图10 提出的 AFC 仿真图

AFC 搜索步数;其次利用顺序搜索算法寻找处于目标频点的上下两目标频带,并在此基础上增加最优选择模块选择出最优频带,以利于频率合成器环路稳定和相位噪声的改善.首次采用了数模混合电路方式设计 AFC,利用模拟电路设计高速计数器以减小 AFC 搜索步长,数字模块实现搜索算法.该自适应频率校准电路性能满足卫星导航系统中宽带频率合成器的需求.

参考文献:

- [1] Qi, Xu, Chi, et al. A dual-channel compass/GPS/GLONASS/Galileo reconfigurable GNSS receiver in 65 nm CMOS with on-chip I/Q calibration[J]. IEEE Transactions on Circuits & Systems I Regular Papers, 2012, 59(8):1720-1732.
- [2] Wu T, Hanumolu P K, Mayaram K, et al. Method for a constant loop bandwidth in LC-VCO PLL frequency synthesizers[J]. IEEE Journal of Solid-State Circuits, 2009, 44(2):427-435.

- [3] Shi C, Wang C, Ye L, et al. 99dBc/Hz@10kHz 1MHz-step dual-loop integer-N PLL with anti-mislocking frequency calibration for global navigation satellite system receiver [C]//2011 IEEE International Symposium of Circuits and Systems (ISCAS), Rio de Janeiro, 2011: 1876-1879.
- [4] 安纹庆,李廷澈.频率合成器、自动频率校正电路及频率校正方法:CN, CN 101227189 A[P]. 2008.
- [5] 楼立恒. CMOS 宽带分数分频频率综合器的研究与设计[D]. 杭州:浙江大学, 2013.
- [6] Qin Peng, Li Jinbo, Kang Jian, et al. Low noise frequency synthesizer with self-calibrated voltage controlled oscillator and accurate AFC algorithm[J]. 半导体学报, 2014, 35(9):131-135.
- [7] Razavi B. Design of analog CMOS integrated circuits [M]. 北京:机械工业出版社, 2013.
- [8] 肖杜,李永峰,朱小飞,等.基于数模混合仿真的 PLL 系统设计[J]. 微电子学与计算机, 2006, 23(8): 73-75.
- [9] Mao X, Yang H, Wang H. Behavioral modeling and simulation of jitter and phase noise in fractional-N PLL frequency synthesizer[M]. IEEE, 2004.

作者简介:

徐卫林 男,(1976-),博士,副教授,硕士生导师.研究方向为集成电路. E-mail: xwl@guet.edu.cn.

朱潮勇 男,(1991-),硕士研究生.研究方向为数模混合集成电路.

(上接第 107 页)

- [4] Muresan C I, Dulf E H, Both R. Vector-based tuning and experimental validation of fractional-order PI/PD controllers[J]. Nonlinear Dynamics, 2016, 84(1): 179-188.
- [5] Luo Y, Chen Y Q. Fractional order controller for a class of fractional order systems [J]. Automatica, 2009, 45(10):2446-2450.
- [6] 刘敬伟,胡瀚彪,王晓玲,等. Jelinski-Moranda 模型的一种新的 NLS 估计法[J]. 系统仿真学报, 2008, 20(18):4791-4794.
- [7] Goos J, Lataire J, Louarroudi E, et al. Frequency domain weighted nonlinear least squares estimation of parameter-varying differential equations [J]. Automatica, 2017, 75:191-199.
- [8] 王建宏,王道波,王志胜. 多个未知时延的 MISO 系统的递推辨识[J]. 控制与决策, 2010, 25(1):93-98.
- [9] Li C, Chen M Z Q. Simultaneous identification and

stabilization of nonlinearly parameterized discrete-time systems by nonlinear least squares algorithm [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2015, 61(7):1810-1823.

- [10] Dey C, Mudi R K, Simhachalam D. A simple nonlinear PD controller for integrating processes [J]. ISA Transactions, 2014, 53(1):162-172.
- [11] Lequin O, Gevers M, Mossberg M, et al. Iterative feedback tuning of PID parameters: comparison with classical tuning rules [J]. Control Engineering Practice, 2003, 11(9):1023-1033.

作者简介:

史乐珍 男,(1993-),硕士研究生.研究方向为机电系统控制方法. E-mail: 2269627164@qq.com.

王华 男,(1978-),博士,教授、硕士生导师.研究方向为机电设备状态检测与控制.